

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter.

Diese Zeitschrift erscheint
monatlich.

Abonnementspreis pro Jahr 3 M.

Einzelnummer 40 Pfg.

Bestellungen nimmt die Geschäfts-
leitung entgegen.

Organ des Verbandes mathematischer
und naturwissenschaftlicher Vereine
an Deutschen Hochschulen.

Inserate

$\frac{1}{2}$ Seite 20 M., $\frac{1}{4}$ 12 M.,

$\frac{1}{8}$ 6,50 M., $\frac{1}{16}$ 3,50 M.

Die Halbzelle 30 Pfg.

Bei wiederholtem Inserieren
Preisermäßigung.

Nachdruck sämtlicher Artikel, wenn nicht ausdrücklich verboten, nur mit vollständiger Quellenangabe gestattet.

Nummer 8.

Berlin, August 1904.

1. Jahrgang.

Die Bedeutung des Unterbrechungsfunkens für das Funktionieren elektromagnetischer Stromunterbrecher.

Paul Ehrenfest (Göttingen-Wien).

Soweit mir bekannt ist, weichen die Lehrbücher der Physik — sowohl die elementaren als die für den höheren Unterricht bestimmten — in der Funktionserklärung der typischen Stromunterbrecher nicht merklich von einander ab. Es dürfte, zumindest für didaktische Zwecke, interessant sein, festzustellen, daß diese allgemein übliche Erklärungsweise bei näherer Analyse eine wesentliche Schwierigkeit aufweist.

Benützt man nämlich allein jene Daten, die in die übliche Erklärungsweise aufgenommen werden, so gelangt man mühelos zu folgendem Resultat:

Die gesamte, während einer Bewegungsperiode vom Strom auf den Anker übertragene Arbeit wäre exakt gleich Null. Ein solcher Stromunterbrecher würde also nur solange schwingen, bis die ihm anfänglich etwa durch einen Stoß mitgeteilte Energie durch Reibungswiderstände etc. verzehrt wäre.

De facto funktionieren aber der Neef'sche Hammer, die elektrische Klingel etc. solange, als ihnen überhaupt Strom zugeführt wird.

Der Widerspruch löst sich sehr einfach: Gerade gewisse sekundäre Umstände, die in der üblichen Erklärung unerwähnt bleiben, sorgen allein dafür, daß die pro Periode vom Elektromagneten auf den Anker übertragene Gesamtarbeit nicht Null, sondern positiv wird. (Die Größen erster Ordnung tilgen sich bei Berechnung der Gesamtarbeit, also entscheiden die Größen zweiter Ordnung.)

Wir wollen durch explizite Diskussion der üblichen Erklärungsweise zunächst unsere erste Behauptung erweisen.

Als einfachsten Typus nehmen wir den Neef'schen Hammer. Der Anker möge sich horizontal bewegen, also der Schwere entzogen sein. Die Feder sei so eingestellt, daß bei Stromlosigkeit der Anker eben noch mit gelindem Druck auf dem Kontakt aufliegt. Fließt aber ein merklicher Strom durch den Elektromagneten, so wird der Anker vom Kontakt abgehoben.

... wird der Strom geschlossen, so zieht der Eisenkern den Anker an, dadurch wird der Kontakt gelöst und der Strom unterbrochen. Die zurückschnellende Feder stellt den Kontakt wieder her; es erfolgt abermalige Anziehung u.s.w. — Die Feder gerät in eine regelmäßige Schwingung, infolge deren der Strom periodisch geschlossen und wieder geöffnet wird. (Riecke-Experimentalphysik.)

Es ist zunächst zu beachten, daß von Selbstinduktion, Hysterese, Funkenbildung etc. und ähnlichen sekundären Faktoren nicht gesprochen wird; also müssen wir sie auch bei einer Analyse obiger Erklärung beiseite lassen.

Wir wollen nun mit alleiniger Benutzung der in der Erklärung enthaltenen Daten die Kraft- und Arbeitsverhältnisse während einer vollen Schwingungsperiode des bereits im Gang befindlichen Unterbrechers verfolgen. Wir beginnen die Periode zu zählen von der Stellung an, in der der Anker am weitesten gegen den Kontakt angedrückt ist, und verfolgen den Anker während seiner Bewegung zum Elektromagneten hin — erste (Weg-) Hälfte der Periode — dann zurück, bis wieder zur Extremstellung — zweite (Weg-) Hälfte der Periode.

In jedem Punkte seiner Bahn steht der Anker unter der Wirkung zweier Kräfte: 1. der Federkraft, 2. der elektrischen Kraft. (Letztere verschwindet für den größten Teil seiner Bahn.)

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter.

Diese Zeitschrift erscheint
monatlich.
Bezugspreis pro Jahr 3 M.
Einzelnnummer 40 Pfg.
Bestellungen nimmt der Geschäfts-
leiter entgegen.

Organ des Verbandes mathematischer
und naturwissenschaftlicher Vereine
an Deutschen Hochschulen.

Inserate
1/2 Seite 20 M., 1/4 (2 M.,
1/8 6,50 M., 1/16 3,50 M.
Die Halbzelle 30 Pfg.
Bei wiederholtem Inserieren
Preisermässigung.

Nachdruck sämtlicher Artikel, wenn nicht ausdrücklich verboten, nur mit vollständiger Quellenangabe gestattet.

Nummer 8.

Berlin, August 1905.

2. Jahrgang.

Ueber die Willkürlichkeit bei der Dimensionierung physikalischer Größen.

Tatiana Ehrenfest-Afanassjewa - Wien.

Seit Fourier und Gauß ist man gewohnt, bei der Einführung einer neuen physikalischen Größe sofort über ihre Dimension zu fragen. Dieser Begriff hatte sich im Laufe der Zeit so eingepreßt, daß man zu glauben geneigt war, die Dimension wäre etwas, was jeder Größe innewohnt, was für die innige Beziehung aller Naturerscheinungen zu der Mechanik (resp. zu der Elektrodynamik) maßgeblich wäre¹⁾. Zwar wurde es bei verschiedenen Gelegenheiten gezeigt, daß man bei der Dimensionierung einer Gruppe von Größen von verschiedenen Enden anfangen konnte, wodurch sich für dieselbe Größe verschiedene Dimensionen ergaben; aber es scheinen nie die Grenzen und der Charakter der Willkür bei der Dimensionierung ganz explicite festgestellt zu sein²⁾. Diesbezüglich dürfte die Besprechung folgender Fragen nützlich sein:

1. Warum liegen der Dimensionierung gerade drei Grundvariable (Länge, Masse, Zeit) zugrunde? Ist diese Zahl durch die Natur der Sache vorgeschrieben oder ist sie willkürlich gewählt worden (aus historischen oder praktischen Gründen)?

2. Wodurch kommt zustande, daß manche Universalkonstanten dimensioniert sind (z. B. in der Gravitationsformel $F = f \frac{m m'}{r^2}$ die Gravitationskonstante f : $[f] = [L^3 M^{-1} T^{-2}]$)?

3. Wodurch kommt es zustande, daß manche variable Größen dimensionslos sind (z. B. Winkel, Dielektrizitätskonstante, Temperatur)?

4. Gibt es Größen, deren Dimensionierung durch ihre Natur vorgeschrieben, also der Willkür entzogen ist?

Im vorliegenden werden folgende Behauptungen als Antworten nahe gelegt:

1. Die Anzahl der Grundvariablen in einem Maßsystem ist eine vollständig willkürliche. Der Bau des CGS-Systems ist einerseits durch gewisse praktische Rücksichten, andererseits durch die historische Entwicklung der Wissenschaft (durch die Reihenfolge, in der man die sämtlichen Gleichungen zwischen den Variablen aufstellte) bedingt worden.

2. Die Universalkonstanten erhielten eine Dimensionierung, wenn sie in Gleichungen auftraten, welche miteinander lauter Größen verbanden, die schon auf anderen Wegen eine bestimmte Dimensionierung erhalten hatten. Z. B.: Die Dimension der Kraft F wird bestimmt

auf Grund der Gleichung $F = m \frac{d^2 s}{dt^2}$, $[F] = [M L T^{-2}]$; in der Gravitationsgleichung $F = f \frac{m m'}{r^2}$ sind also alle Variablen schon auf bestimmte Weise dimensioniert: $\left[\frac{m m'}{r^2} \right]$

$= [M^2 L^{-2}]$; daraus folgt $[f] = [L^3 M^{-1} T^{-2}]$.

3. Eine Variable konnte dimensionslos bleiben:

a) wenn mehr als eine noch undimensionierte Größe einer einzigen Gleichung zufolge ihre Dimensionierung erhalten mußten. Z. B. hatte man durch die Coulombsche Gleichung

$$F = \varepsilon \frac{e e'}{r^2} \quad \text{für die elektrische Gegenwirkung} \quad \text{— zwei neue Größen eingeführt,}$$

¹⁾ Z. B. siehe A. Föppl (Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität) p. 119, Zeile 18: „Selbstverständlich kann es nur eine wahre Dimension für jede Größe geben. . .“

²⁾ Siehe die Erörterungen und Zitate: Enzyklopädie, Bd. V. 1, Heft 1. C. Runge (Maß und Messen).

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter.

Diese Zeitschrift erscheint
monatlich.

Bezugspreis pro Jahr 3 M.
Einzelnummer 40 Pfg.

Bestellungen nimmt der Geschäfts-
leiter entgegen.

Organ des Verbandes mathematischer
und naturwissenschaftlicher Vereine
an Deutschen Hochschulen.

Inserate

Seite 20 M., 12 M.,
6,50 M., 3,50 M.

Die Halbzelle 30 Pfg.
Bei wiederholtem Inserieren
Preisermässigung.

Nachdruck sämtlicher Artikel, wenn nicht ausdrücklich verboten, nur mit vollständiger Quellenangabe gestattet.

Nummer 3.

Berlin, März 1906.

3. Jahrgang.

Ueber Gruppengeschwindigkeit.

M. Laue - Berlin¹⁾.

Meine Herren! Ihnen Allen ist aus der Akustik die Erscheinung der Schwebungen bekannt. Wenn wir zwei Töne von nahezu gleicher Schwingungszahl zugleich erklingen lassen, so resultiert aus der Uebereinanderlagerung der beiden ihnen entsprechenden Sinusschwingungen nach der Gleichung

$$\sin 2\pi\nu_1 t + \sin 2\pi\nu_2 t = 2 \cos \pi(\nu_2 - \nu_1) t \cdot \sin \pi(\nu_2 + \nu_1) t$$

ein periodisches Wachsen und Abnehmen der Amplitude und ebenso der Intensität. Die Periode der letzteren ist

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \quad (1)$$

da ja

$$\cos^2 \pi(\nu_2 - \nu_1) t = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\pi(\nu_2 - \nu_1) t)$$

ist. Wir fragen nun zunächst: Mit welcher Geschwindigkeit pflanzen sich die Schwebungen fort?

Wir berechnen ihre Geschwindigkeit (u) als das Produkt aus Schwingungszahl (N) und Wellenlänge (L). Die letztere finden wir ganz analog, wie wir soeben die Schwingungszahl berechneten. Aus der Gleichung

$$\sin 2\pi \frac{x}{\lambda_1} + \sin 2\pi \frac{x}{\lambda_2} = 2 \cos \pi \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) x \sin \pi \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) x$$

folgt

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \quad (2)$$

also

$$u = N L = \lambda_1 \lambda_2 \frac{\nu_2 - \nu_1}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

und im Grenzfall $\lambda_1 = \lambda_2$

$$u = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda} \quad (3)$$

Der späteren Anwendung halber geben wir dieser Gleichung eine andere Form, indem wir die Größe

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4)$$

und die Phasengeschwindigkeit einführen; wir finden so den Wert

$$w = \lambda \nu \quad (5)$$

$$u = \frac{d}{dk} (kw) \quad (3a)$$

Führen wir aber an Stelle von w , wie dies in der Optik üblich ist, den Brechungsindex n durch die Gleichung $w = \frac{v}{n}$ ein, wobei v die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist, so erhalten wir

$$u = \frac{v}{d(n\nu)} = \frac{v}{n + \nu \frac{dn}{d\nu}} \quad (3b)$$

¹⁾ Vortrag, gehalten am 29. April 1905 im Mathematischen Verein zu Göttingen.

Vorlesung 10—12: Zusammenhang der elektrischen und Lichtwellen (Länge der Licht- und elektrischen Wellen, unsichtbare Lichtstrahlen. Ausdehnung des Spektrums, Rubenssche Untersuchungen, Dispersionskurven, Reststrahlen, Drudes Formel, elektromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes).

Oestreich.

J. J. Thomson. Elektrizitäts-Durchgang in Gasen. Deutsche autorisierte Ausgabe, unter Mitwirkung des Autors besorgt und ergänzt von Dr. E. Marx. In drei Lieferungen. I. Lieferung (Teubner 1905. 6 Mk.)

Es sei gestattet dieses Werk allein aus dem Gesichtspunkt unserer jüngeren Leser zu besprechen. Sie finden hier ein Buch, das sie von den Elementen an bis zu den jüngsten Fragestellungen einer gegenwärtig zentralen physikalischen Disziplin führt. J. J. Thomsons Arbeiten und die Arbeiten seiner Cambridger Schule sind grundlegend für die Jonen- und Elektronen-Theorie, soweit sie sich auf die Erscheinungen bezieht, die bei Entladung der Elektrizität durch Gase und bei ähnlichen Prozessen auftreten. Es ist deshalb sehr erfreulich, daß dem deutschen Studenten hier Gelegenheit geboten wird, eine der Quellen dieser Theorie verhältnismässig im Original kennen zu lernen.

Der Autor führt im Vorwort aus, wie lebhaft und bestimmt dank der kinetischen Gastheorie unsere Auffassung von den nicht-elektrischen Vorgängen ist, die sich in einem Gase abspielen. Der glückliche Umstand, daß man jetzt auch die Erscheinungen der Elektrizitätsleitung durch Gase als neues Forschungsmittel zur Verfügung hat, vertieft noch weiter unsere Einsicht in Bezug auf die Eigenschaften der Gase. „Der Besitz einer Jonenladung vergrößert so sehr die Leichtigkeit, mit welcher man den Jonen nachspüren und ihre Eigenschaften studieren kann, daß wir, wie der Leser sehen wird, weit mehr von einem Jon wissen als von einem ungeladenen Molekül.“

Dieser Durst nach einem Einblick in das unsichtbar Kleine und der Glaube an die Möglichkeit eines solchen hat dem Autor die Kraft zu seinen auf den ersten Blick so heterogenen Forschungen gegeben. Und diese Kraft strahlt von diesem wie von jedem anderen Werk des Autors aus.

Die vorliegende erste Lieferung behandelt folgende Gegenstände: Elektrische Leitfähigkeit der Gase im Normalzustand (experim.), Eigenschaften eines Gases im leitenden Zustand (exper. und Exposition der Jonentheorie). Und weiterhin ganz auf dem Boden der Jonentheorie unter fortwährender Kontrolle durch Experimente: Mathematische Theorie der Elektrizitäts-Leitung durch ein Gas, das Jonen enthält. Wirkung eines Magnetfeldes auf bewegte Jonen. Bestimmung des Verhältnisses von Ladung zu Masse eines Jons. Bestimmung der Ladung eines negativen Jons. — Ionisation durch glühende Körper und in Flammgasen.

Die Ableitungen der theoretischen Formeln sind mit allen Zwischenrechnungen gegeben. Kaum an 3—4 Stellen werden mehr als elementare theoretisch-physikalische Vorkenntnisse vorausgesetzt. So bei der Theorie der magnetischen Ablenkung der Kathodenstrahlen. Doch dürfte auch hier ein Zurückgreifen auf die betreffenden Abschnitte z. B. in der Experimentalphysik von Riecke genügen. Nur die Analyse einiger spezieller Originalarbeiten erfordert weitergehende Hilfsmittel.

Das experimentelle Material ist außerordentlich reich. Die allgemeine Anlage des Werkes sichert eine bequeme Lesbarkeit, trotzdem die Experimente genau an Hand der mehr als schematischen Zeichnungen der Versuchsanordnungen und der zahlenmäßigen Versuchsergebnisse diskutiert werden. Der Anschluß an die neuesten Originalarbeiten englischer, deutscher und französischer Forscher ist in gleich bequemer Weise vermittelt. Benutzt wird nur die Jonentheorie, so daß andere Erklärungsversuche derselben Phänomene kaum berührt werden. Desto genauer werden die verschiedenen Auffassungen, die innerhalb der Theorie in Betracht kommen, gegen einander abgewogen und scharf die zahlreichen Punkte bezeichnet, in denen gegenwärtig die Theorie noch unausgebaut ist. Daß sie es noch ist und daß überwiegend das Experiment berufen ist, weitere Entscheidungen zu liefern, gibt ihr ihren hohen Wert.

Die zweite Lieferung des Buches dürfte in kurzer Zeit erscheinen.

P. Ehrenfest.

Fr. Biddingmaier. Zu den Wundern des Südpols. Erlebnisse auf der deutschen Südpolar-Expedition 1901—1903. Stuttgart 1905. 158 Seiten. 1 Mk.

Nansen sagt einmal „das Ziel des Drott (soviel wie Heldentat, auch edlere Leibesübung) ist, hinaus in die Natur, das Ziel des Sportes, einem anderen ein paar Meter voraus zu kommen“. Es ist eine leidige Tatsache, daß der Laie bei wissenschaftlichen Forschungen sehr häufig mit den Augen des Sportmannes urteilt. Fast ausschließlich bestimmend ist dieser falsche Gesichtspunkt bei der Beurteilung der Erforschung von Arktis und Antarktis; fehlt es doch hier nicht an einem so schönen, einfachen Maßstab: soviel Grad, Minuten und Sekunden, und hört man doch nur zu oft über geplante Entdeckungsreisen rein sportmäßig berichten und verhandeln. Für die wissenschaftlichen Probleme, Methoden und Resultate der Polar-

1) Die 1900 erschienene Uebersetzung der ersten Auflage ist dank der rapiden Entwicklung der Theorie jetzt schon veraltet.

finden. Der Frühschoppen mit Damen aber, der dem Feste einen würdigen Abschluß geben sollte, verlief wider alles Erwarten sehr gemächlich, da sich fast alle Damen wieder eingefunden und die beste Laune mitgebracht hatten.

Daß neben dem Vergnügen aber auch die Arbeit zu ihrem Rechte gekommen ist, zeigt die Tatsache, daß unsere lieben V.B.V.B. Hofmann und Kiebitz das Staatsexamen und Keller das Doktorexamen bestanden haben und deshalb zu A.H.A.H. ernannt wurden.

Friedr. Bäßler. ××

Mathematischer Stammtisch München.

Unseren frohen Kreis verließen leider am Schluß des vergangenen Wintersemesters die Vb.Vb. Hennig und Weyl, um ihre Studien in Göttingen fortzusetzen; außerdem unsere Gäste (s. Statuten) Berger, Ehlers, Kamlah, Oschütz, Ritter, Zickfeld. Die konstituierende Versammlung fand am 10. Mai statt. Der Stammtischverkehr regelt sich nach denselben Statuten. Mitglieder des Stammtisches sind die Vb.Vb. Falschlunger (M.-N. V. Freiburg), Gruschke (M.V. Breslau), Gurski (M.-N.V. Kiel), Hofmann (M. V. Dresden), Storck (A. V. Mervia Darmstadt), sowie die Gäste Fricke, Lindenmaier, Rosbund, Scheibe, Treichel, Wenninger. Mitte des Semesters sah sich Hofmann genötigt, aus unserem Kreis auszutreten. Außerdem hatten wir die Ehre, Herrn Dr. Hilbert (A.H. M.V. Leipzig) und die Vb.Vb. Basnitzki, Maier, Streib (sämtlich M.V. Heidelberg) begrüßen zu dürfen. Unser Stammlokal ist Restaurant Domhof, Kaufingerstraße; Versammlung jeden Dienstag 8 h. c. t. — Hoffen wir, daß im nächsten Semester eine größere Anzahl von Vb.Vb. nach unserer Musenstadt zieht und unsere Bestrebungen unterstützt. Zu diesem Zweck mögen sich die l. Vb.Vb., welche ihre Studien in München fortzusetzen gedenken, an Herrn cand. math. Hans Wenninger, Garmisch, Oberbayern, wenden und den Anschlag am schwarzen Brett beachten.

V. Gurski.

Adressenänderungen

M. V. Breslau.

E.M. E.M.

Carl Blasel, Professor, Glogau.

A.H. A.H.

Paul Baumert, Professor, Brieg, Feldstr. 7c.
Dr. Max Born, Göttingen, Kirchweg 4.

Dr. Viktor Eberhard, Professor a. d. Universität Halle, Wilhelmstr. 7.

Dr. Louis Grossmann, Professor, Assistent der deutschen Seewarte, Hamburg, Seewarte.

Otto Gutsche, Direktor-Assistent am statistischen Amt, Breslau X, Lehmdamm 7.

Dr. Paul Jaerisch, Professor a. d. Ober-Realschule, Hamburg-Eimsbüttel, Isestr. 26.

Carl Klose, Kgl. Landmesser, Lauenburg in Pommern, Schulstr. 2.

Max Klose, Professor, Direktor d. Kgl. höh. Maschinenbauschule, Einbeck i. Hannover.

Ernst Kubisty, Professor, Ratibor.

Dr. Gustav Lübeck, Professor, Steglitz b. Berlin, Lindenstr. 35.

Josef Lepke, Schulamtskandidat, Posen, Blumenstr. 3.

Dr. Theodor Pfennig, Geh. Regierungs- u. Schulrat, Oppeln.

Familiennachrichten.

Verlobt: Dr. H. Pittard-Bullock (A.H. Berlin II) mit Frä. Sophia-Theresa von Sandow in Berlin.

Geboren: Ein Sohn: Gymnasialoberlehrer Arthur Claus (A.H. Leipzig) in Zwickau. —

Eine Tochter: Dr. Paul Thomas (A.H. Jena) in Charlottenburg.

Gestorben: Prof. Dr. Paul Drude (A.H. Göttingen) in Berlin 5. Juli 1906. — Prof. Dr. Otto Maschow (A.H. Greifswald) in Pyritz.

Personalnachrichten.

a. o. Prof. Dr. E. Husserl (A.H. Berlin I) in Göttingen wurde zum o. Professor ernannt.

Dr. R. Wurtzel (A.H. Berlin), Abteilungsvorstand beim Kgl. Militärversuchsammt, erhielt das Prädikat Professor.

Dr. H. Happel (A.H. Göttingen) habilitierte sich für Physik in Tübingen.

Prof. Dr. Lange (A.H. Leipzig) in Chemnitz ist zum Dezernenten für Realschulen, Gymnasien und Oberrealschulen im kgl. sächs. Ministerium des Kultus und öffentlichen Unterrichts ernannt.

Prof. Dr. G. Scheffers (E.M. A.H. Leipzig) in Darmstadt erhielt einen Ruf nach Charlottenburg an die Stelle von G. Hauck.

Dr. P. Schönherr (A.H. Berlin I) wurde zum techn. Hilfsarbeiter bei der Kaiserl. Normalisierungskommission ernannt.

Prof. Dr. E. v. Drygalski (A.H. Bonn) erhielt das Komturkreuz des Oest. Franz-Joseph-Ordens.

Geh. Hofrat Prof. Dr. W. Scheibner (E.M. Leipzig) konnte am 31. Juli das Jubiläum seiner 50jährigen Tätigkeit als Universitätsprofessor feiern.

R. W. K.

Abdruck aus dem Monatsbl. d. Gesl. C. V. V 84.

Mitteilung des Kartells klass.-phil. Vereine. Unterzeichneter Vorort des Kartells klassisch-philologischer Vereine an den deutschen Hochschulen teilt dem Monatsblatt des G. C. V. mit, daß der Dresdener Kartelltag nach Besprechung der gemachten Vorschläge zu folgendem Beschluß sich geeinigt hat: Das Kartell klassisch-philologischer Vereine an deutschen Hochschulen steht der gegebenen Anregung sympathisch gegenüber, verspricht sich aber von der Schaffung eines Reichsverbandes in der Praxis keinen Erfolg. Das Kartell erklärt seine Zustimmung zur Errichtung von Ortsgruppen; seine Mitglieder werden

ist dabei, die für die drei Hauptarten höherer Schulen aufgestellten Meraner Vorschläge mit durch die Sachlage bedingten geringen Aenderungen auf die genannten Schulen zu übertragen: erfreulich vor allem, weil der bei aller Zustimmung zur Bewegungsfreiheit doch fast bedenklichen Zersplitterung entgegengearbeitet wird im Interesse der Einheitlichkeit unseres höheren Schulwesens.

Barmen-Rittershausen, 2. Oktober 1906.

Ueber eine Aufgabe aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die mit der kinetischen Deutung der Entropievermehrung zusammenhängt.

Paul und Tatiana Ehrenfest - Wien.

Ohne fürs erste den im Titel angedeuteten Zusammenhang zu erörtern¹⁾, wenden wir uns unmittelbar der speziellen Frage zu. Es seien N (z. B. 100) Kugeln gegeben. Dieselben sind zur individuellen Unterscheidung fortlaufend numeriert $1 - N$. Sie sind augenblicklich so über zwei Urnen verteilt, daß die Urne A enthalte P_0 (z. B. 90), die Urne B hingegen $Q_0 = N - P_0$ (also 10) Kugeln. Doch sei nicht bekannt, welche individuellen Kugeln in A und welche in B liegen. In einem Sack befinden sich ferner N Lotteriezettel mit den Nummern 1 bis N . Nach je 10 Sekunden wird ein Zettel gezogen, die Nummer ausgerufen, zurückgelegt, gut gemischt. Dann wird aufs neue gezogen, ausgerufen usw. Jedesmal, wenn eine Nummer ausgerufen wird, hüpft die Kugel, die diese Nummer trägt, aus derjenigen Urne, in der sie sich gerade befindet, in die andere Urne hinüber und bleibt dort so lange liegen, bis später einmal wieder ihre Nummer gezogen wird. Man sieht: es ist immer wahrscheinlicher, daß die eben aufgerufene Kugel gerade in der volleren, als daß sie in der leereren Urne angetroffen wird. Solange also die Urne A noch viel voller als die Urne B ist, wird sich bei den meisten der folgenden Ziehungen die Urne A in die Urne B entleeren und nur selten wird sie aus der Urne B eine Kugel erhalten.

Zur Veranschaulichung: Auf einem Millimeterpapier bedeute das horizontale Fortschreiten um je einen Millimeter den Uebergang von der r ten zur $r+1$ ten Ziehung. Ueber dem r -ten Millimeterpunkt tragen wir als Ordinate auf

$$y_r = P_r - Q_r \qquad y_0 = P_0 - Q_0$$

P_r und Q_r Urneninhalte nach der r ten Ziehung. $P_r - Q_r$ Absolutwert²⁾ ihrer Differenz. Man erhält so eine Folge von Punkten, die man vielleicht bequem durch einen Polygonalzug verbunden denkt. Der erste Punkt liegt verhältnismäßig sehr hoch $y_0 = 80$. Jeder Punkt dieser Folge liegt immer um zwei Einheiten tiefer oder um zwei Einheiten höher als der nächstvorangehende. Ein dritter Fall ist ausgeschlossen. Besitzt y_r noch einen sehr hohen Wert, so wird man in der Regel y_{r+1} tiefer liegend finden³⁾. Die „Kurve“ zeigt also zunächst eine entschiedene Tendenz, abwärts zu laufen, nur hin und wieder geht sie auch um ein oder gar mehrere Schritte wieder aufwärts. Erst wenn sie schon sehr weit heruntergegangen ist (die Urneninhalte sind nicht mehr stark verschieden), dann erst kommen solche „verkehrte“ Ziehungen häufiger vor: die Abwärtsbewegung wird schwächer. Schließlich verläuft sie nahe der Nullaxe, indem bald die eine, bald die andere Urne ein wenig voller wird. — Wird sie nun in aller Zukunft nahe der Nulllinie verlaufen? — Nein. Wir denken uns die Ziehungen enorm lange fortgesetzt. Die Aufeinanderfolge einer Reihe solcher Züge, die wieder zu einer merklichen oder gar großen Verschiedenheit von P und Q führt, mag sehr klein sein. Aber selbst dafür, daß die Ziehungen gelegentlich einmal alle 100 Kugeln in B versammeln, selbst dafür ist die Wahrscheinlichkeit nur sehr klein, aber auch nicht Null. (Ihren Wert kann man leicht berechnen.) Wenn man also die Ziehungen genügend lange fortsetzt, so würde es schließlich geradezu enorm unwahrscheinlich, wenn diese hohen und allerhöchsten „Buckel“ in der genügend lang fortgesetzten Kurve ausbleiben wollten. Das aber genügt. Die Ziehungskurve werde nun etwa solange fortgeführt, bis auch noch die aller-seltensten Buckel ein paar tausendmal vorkommen. Die Ziehungskurve wird dann überwiegend sehr nahe an Null verlaufen, sich nur selten merklich und außerordentlich selten stark erheben.

Jedesmal, wenn im Verlauf der Ziehungen wieder in der einen Urne 80 Kugeln mehr liegen als in der anderen, sind wir natürlich bereit zu wetten, daß die Differenz bei der nächst-

¹⁾ Siehe zwei Briefe Boltzmanns im Bd. 51 der engl. Zeitschrift „Nature“ (1894/95) pag. 413 und 581. Ferner ebendort pag. 31, 78, 152, 175, 221, 293, 319. — Boltzmann Math. Annalen Bd. 50. — Boltzmann Gastheorie Bd. II, § 88 bis 91.

²⁾ Der Absolutwert ist nur deshalb gewählt, um weiterhin nicht immer zwischen positiven und negativen Ordinaten unterscheiden zu müssen.

³⁾ Die Wahrscheinlichkeit für Zunahme ist: $\frac{Q_0}{N}$, für Abnahme: $\frac{P_0}{N}$, falls $P_0 > Q_0$.

$$\begin{aligned}
\psi(x) - \psi\left(\frac{x}{2}\right) &\leq x \log 2 - \frac{3}{2} \log x \\
\psi\left(\frac{x}{2}\right) - \psi\left(\frac{x}{4}\right) &\leq \frac{x}{2} \log 2 - \frac{3}{2} \log \frac{x}{2} \\
\psi\left(\frac{x}{4}\right) - \psi\left(\frac{x}{8}\right) &\leq \frac{x}{4} \log 2 - \frac{3}{2} \log \frac{x}{4} \\
&\dots \dots \dots \\
\psi\left(\frac{x}{2^{m-1}}\right) - \psi\left(\frac{x}{2^m}\right) &\leq \frac{x}{2^{m-1}} \log 2 - \frac{3}{2} \log \frac{x}{2^{m-1}}.
\end{aligned}$$

Wir wählen darin m so, daß $\psi\left(\frac{x}{2^m}\right)$ verschwindet, während $\psi\left(\frac{x}{2^{m-1}}\right)$ noch von Null verschieden ist, d. h. also so, daß die Ungleichungen

$$\frac{x}{2^{m-1}} \geq 2; \quad \frac{x}{2^m} < 2$$

erfüllt sind. Addiere ich alle diese Ungleichungen, so finde ich, wenn ich rechts noch das Glied $\frac{x}{2^{m-1}} \log 2$ hinzufüge und damit die Ungleichung noch verschärfe

$$\psi(x) \leq 2 \cdot x \cdot \log 2 + \frac{3}{2} \log \frac{x^m}{2 \cdot 4 \dots 2^{m-1}}$$

oder, wenn ich m aus dem $\log$ herausziehe:

$$\psi(x) \leq 2x \log 2 - \frac{3}{2} \cdot m \log x + \frac{3}{2} \frac{(m-1)m}{2} \log 2.$$

Aus dieser Gleichung ist noch m zu entfernen. Es folgt aus den Ungleichungen für m durch Logarithmieren

$$m < \frac{\log x}{\log 2}; \quad m > \frac{\log x}{\log 2} - 1$$

und setzt man diese Werte in die Ungleichung für $\psi(x)$ ein, so ergibt sich

$$(5) \quad \psi(x) \leq 2 \cdot \log 2 \cdot x + f_2(\log x),$$

wo f_2 eine ganze Funktion 2. Grades in $\log x$ ist, deren nähere Angabe uns nicht zu interessieren braucht.

Die obere und untere Grenze für $\psi(x)$ sind also beide zusammengesetzt aus einem Produkt von x mit einer Konstanten und einer in $\log x$ ganzen Funktion.

(Fortsetzung folgt.)

Die Theorie der Energieströmung in der Elastizitätslehre und Elektrodynamik.

M. Laue-Berlin.

Zu den wichtigsten Erkenntnissen auf physikalischem Gebiet gehören unzweifelhaft die Gesetze von der Unveränderlichkeit gewisser physikalischer Größen, wie die der Erhaltung der Masse, der Elektrizität und der Energie. Aber zwischen den beiden ersteren und der letzteren besteht noch ein wichtiger Unterschied. Masse und Elektrizität lassen sich lokalisieren, d. h. wir können jedem Teil des Raums einen bestimmten Inhalt davon zuschreiben. Bei der Energie ist das keineswegs ohne weiteres möglich. Z. B. kennen wir genau die Energie eines Systems gravitierender Körper, aber um sie über den Raum zu verteilen, müßten wir zunächst wissen, wie der Zustand jedes Volumelements durch die Masse und die Lage der Körper beeinflußt wird. Soweit sind wir aber noch nicht; Gravitationsenergie können wir daher noch nicht lokalisieren.

Zu der Zeit der Aufstellung des Energieprinzips stand die Elektrizitätslehre auf einem ganz ähnlichen Standpunkt, wie die Gravitationslehre jetzt noch. Hieran lag es wohl nicht zum wenigsten, daß man zunächst überhaupt nicht an ihre Lokalisierung dachte. Aber gerade auf diesem Gebiet vollzog sich dann jener bekannte Umschwung zur Faraday-Maxwell'schen Anschauung, nach welcher in jedem Punkt des elektromagnetischen Feldes Spannungen herrschen, deren Stärke unmittelbar ein Maß für die Dichte der dort liegenden Energie ist.

An diese Entwicklung knüpft man die Lehre vom Strömen der Energie an. Von der Masse und der Elektrizität behaupten wir nämlich noch mehr als ihre Lokalisierbarkeit; beide können aus einem geschlossenen Raum nicht heraustreten, ohne in unmittelbar benachbarte

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter.

Diese Zeitschrift erscheint
monatlich.

Bezugspreis für das Jahr 3 M.
Einzelnummer 40 Pfg.

Bestellungen nimmt der Geschäfts-
leiter entgegen.

Organ des Verbandes mathematischer
und naturwissenschaftlicher Vereine
an Deutschen Hochschulen.

Anzeigen

$\frac{1}{2}$ Seite 20 M., $\frac{1}{4}$ 12 M.,
 $\frac{1}{8}$ 6,50 M., $\frac{1}{16}$ 3,50 M.
Die Halbzelle 30 Pfg.

Bei Wiederholung Preis-
ermäßigung.

Nummer 2.

Berlin, Februar 1908.

5. Jahrgang.

Die Entwicklung der Elektrizitätslehre nach Maxwell und Hertz.

M. Laue - Berlin.

Wohl selten haben unsere Anschauungen auf irgend einem Gebiet der Physik so schnell umwälzende Wandlungen erfahren, wie in der Elektrizitätslehre. Anfangs bildeten den Ausgangspunkt der Theorie die beiden elektrischen Fluida, die man sich als eine Art imponderabler Materie dachte und denen man der Gravitation ähnliche Wechselwirkungen zuschrieb. Und zwar hat man sich in der Gravitationstheorie so an den von Newton selbst nur als einen vorläufigen betrachteten Standpunkt der unvermittelten Fernwirkung gewöhnt, daß man ihn ohne Bedenken auf die elektromagnetischen Wirkungen übertrug. Dagegen erhob sich Widerspruch in England, wo namentlich Faraday sich bemühte, die Uebertragung durch das Zwischenmedium nachzuweisen. Nach seiner Auffassung besteht in jedem Punkt des elektromagnetischen Feldes ein Spannungszustand, auf den alle ponderomotorischen Wirkungen zurückgeführt werden müssen. Mehrere Jahrzehnte dauerte der Kampf zwischen diesen Anschauungen sowie den verschiedenen Fernwirkungstheorien untereinander. Auch Vermittlungsvorschläge wurden gemacht, die Fernwirkung im Vakuum mit der Uebertragung durch die ponderable Materie zu vereinigen. Um 1890 entschieden die Hertz'schen Versuche zu Gunsten der inzwischen zur Maxwell'schen Theorie verdichteten Faradayschen Vorstellung, indem sie elektrische Wellen nachwiesen, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Vakuum, wie es diese Theorie verlangt, gleich der des Lichts ist. Da sich so ganz von selbst die Vorstellung aufdrängte, daß Lichtwellen elektromagnetischer Natur sind, so waren hiermit zwei große, vorher getrennte Gebiete der Physik vereinigt. Die Summe aller Erfahrung über die so mannigfaltigen elektromagnetischen und optischen Erscheinungen war in ein nur wenige Zeilen umfassendes Formelsystem zusammengestellt.

So groß dieser Erfolg der Maxwell'schen Theorie auch war, so gab es doch eine ganze Reihe auffallender Erscheinungen, für welche sie keine Erklärung gab. Waren Lichtwellen elektrische Schwingungen, so ergab sich unmittelbar ein Zusammenhang zwischen Dielektrizitätskonstante und Brechungsexponenten von durchsichtigen Körpern, der sich im allgemeinen gerade so wenig bestätigt fand, als die analoge Beziehung zwischen der elektrischen Leitfähigkeit und der Absorption undurchsichtiger Körper. Die magnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichts, die Dispersion und selektive Absorption waren mit ihr schon völlig unvereinbar. Dazu trat die Notwendigkeit, die Theorie auf bewegte Körper auszudehnen. Obwohl die Aberration des Lichts der Sterne die Vorstellung nahe legt, daß der Träger der Lichtfortpflanzung, der sog. Aether, an der Bewegung der Erde um die Sonne nicht teilnehme, und obwohl ein bekanntes Fizeausches Experiment beweist, daß bewegte Körper die Lichtwellen nicht wie etwa Schallwellen konvektiv mitführen, ist doch nie ein Einfluß der Erdbewegung auf elektromagnetische Erscheinungen, auf den Strahlengang relativ zum bewegten Körper oder auf Interferenzerscheinungen beobachtet worden. Dies harpte noch der Deutung; denn die Hertz'sche Elektrodynamik bewegter Körper, nach welcher im starren Körper die Bewegung ohne Einfluß auf die elektrischen und optischen Vorgänge hätte sein müssen, war nach ihres Urhebers eigenen Worten nur ein Provisorium, bestimmt, allein den eigentlich elektromagnetischen Erscheinungen gerecht zu werden. Es soll aber sogleich hier bemerkt werden, daß sie nach dem heutigen Stande der Forschung auch dieser Aufgabe nicht mehr genügt. Sie gibt die magnetische Wirkung der Bewegung eines polarisierten Dielektrikums¹⁾ nicht richtig an, vielmehr verhält es sich nach einem von Eichenwald angestellten Versuch so, als ob nur ein Teil der elektrischen Induktion an der Bewegung teilnehme, ein anderer Teil aber in Ruhe bleibe.

¹⁾ D. h. die Stärke des sog. Röntgenstroms.

$$\begin{aligned} x^{2n} y^{2n} z^{2n} &= x \cdot x^{2n-1} y^{2n} z^{2n} \text{ Differenz } x \cdot (u) \\ &= x^2 \cdot x^{2n-2} y^{2n} z^{2n} \quad „ \quad x^2 \cdot (u_1) \\ &= y \cdot y^{2n-1} x^{2n} z^{2n} \quad „ \quad y \cdot (u_2) \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Jede dieser Zerlegungen liefert eine Differenz, die einen Faktor x , y oder z enthält, der in $2b^n$ nicht enthalten sein darf. Daher kann keine dieser Zerlegungen den Anforderungen entsprechen und es ist nur mehr der Fall zu erledigen, daß a^{2n} selbst wieder in zwei $2n$ te Potenzen zerlegt werde.

3. Es sei $a^{2n} = p^{2n} \cdot q^{2n}$. Es ist nun unbedingt nötig, daß p und q teilerfremd sind; denn wenn sie den Teiler r hätten, so wäre $a^{2n} = r^{2n} p_1^{2n} \cdot r^{2n} q_1^{2n}$ und ihre Differenz $r^{2n} \cdot (p_1^{2n} - q_1^{2n})$ hätte den Teiler r , den b nicht enthalten darf, da a und b teilerfremd sind.

Es fragt sich nun, ob $p^{2n} - q^{2n} = 2b^n$ werden kann, wo b ungerade ist, p^{2n} und q^{2n} aber beide ungerade oder beide gerade sein müssen. Letzteres ist von vornherein ausgeschlossen, da sonst p^{2n} und q^{2n} den Teiler 2 hätten, während sie doch teilerfremd sein müssen. Hier hat man 2 Fälle zu unterscheiden, nämlich ob a gerade oder ungerade ist. Der Fall, daß a gerade, ist aus demselben Grunde von vornherein wieder ausgeschlossen, da man ja a^{2n} nur in 2 gerade Faktoren p^{2n} und q^{2n} zerlegen könnte. Es muß demnach a ungerade sein.

Sollte nun

$$p^{2n} - q^{2n} = 2b^n$$

$$\text{bezw. } (p^n - q^n) \cdot (p^n + q^n) = 2b^n \text{ und}$$

a ungerade sein, so müßten auch beide Faktoren p^{2n} und q^{2n} zugleich ungerade, also auch p und q ungerade sein. Dann wird aber $p^n - q^n$ sowohl als auch $p^n + q^n$ gerade und die linke Seite der letzten Gleichung ist durch 4 teilbar, während die rechte den Teiler 4 nicht enthält, da b ungerade ist. Daher ist auch dieser Fall ausgeschlossen.

Es kann demnach in keinem Falle a^{2n} in zwei gerade bzw. zwei ungerade, ganzzahlige Faktoren zerlegt werden, deren Differenz $2b^n$ ist; daher gilt auch nicht

$$a^{2n} + b^{2n} = c^{2n}.$$

Wie sieht die Curve $y = (-1)^x$ aus?

P. Ehrenfest, Petersburg.

Bestimmt man für alle rationalen $x = p/q$ die Werte von y durch die Festsetzung:

$$y = (-1)^x = (-1)^{p/q} = \left[\sqrt[q]{-1} \right]^p \quad (1)$$

so bestätigt man unmittelbar folgende Aussagen:

in $x = 1, 3, \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \dots$ allgemein in

$$x = \pm \frac{2n+1}{2m+1} \quad (2)$$

erhält man für y an reellen Werten nur: $y = -1$;

in $x = 2, 4, \dots, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \dots$ allgemein in

$$x = \pm \frac{2n}{2m+1} \quad (3)$$

erhält man für y an reellen Werten nur: $y = +1$;

in $x = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots$ allgemein in

$$x = \pm \frac{2n+1}{2m} \quad (4)$$

erhält man für y überhaupt keinen reellen Wert.

Damit sind die rationalen Werte von x erschöpft. In jedem noch so kleinen Intervall der x -Axe liegen ∞ viele x -Werte vom Typus (2), ∞ viele vom Typus (3) und ∞ viele vom Typus (4).

Die „Kurve“ der reellen Wertepaare (x, y) verläuft also derart, daß für einander beliebig nahe benachbarte rationale Werte von x der zugehörige Kurvenpunkt abwechselnd überhaupt fehlt, oder auf der Geraden $y = +1$ oder auf der Geraden $y = -1$ liegt.

Die Festsetzung (1) bedarf einer Verallgemeinerung, wenn sie auch die irrationalen x -Werte umfassen soll. Als natürliche Verallgemeinerung ist folgende Festsetzung anzusehen¹⁾:

$$y = (-1)^x = [\cos(2N+1)\pi + i \sin(2N+1)\pi]^x$$

¹⁾ Vergl. zu dieser Behauptung bei Osgood: Lehrbuch d. Funktiontheorie I pag. 218 und 385 die Ausführungen über „allgemeine Potenz“.

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter.

Diese Zeitschrift erscheint
monatlich.

Bezugspreis für das Jahr 3 M.
Einzelnnummer 40 Pfg.

Bestellungen nimmt der Geschäfts-
leiter entgegen.

Zeitschrift des Arnstädter Verbandes

mathematischer u. naturwissenschaftlicher

Vereine an Deutschen Hochschulen.

Anzeigen

$\frac{1}{2}$ Seite 20 M., $\frac{1}{4}$ 12 M.,

$\frac{1}{8}$ 6,50 M., $\frac{1}{16}$ 3,50 M.

Die Halbzelle 30 Pfg.

Bei Wiederholung Preis-
ermäßigung.

Nummer 7.

Berlin, Juli 1910.

7. Jahrgang.

Über die Definitionen der mathematischen Grundbegriffe.

Habilitationsvortrag, gehalten vor der philosophischen Fakultät der Georg-August-Universität zu Göttingen am 5. März 1910 von Hermann Weyl.

Hochgeehrte Anwesende!

Um die Betrachtungen, welche ich vor Ihnen über die Definitionen der mathematischen Grundbegriffe anstellen möchte, nicht noch abstrakter gestalten zu müssen, als es der Gegenstand ohnehin schon mit sich bringt, werden Sie mir wohl gestatten, diese Auseinandersetzungen zunächst an ein der Geometrie entnommenes Beispiel anzuknüpfen.

Aus dem Gegebenen unserer Empfindungswelt steigen wir durch gewisse geistige Prozesse der Abstraktion und Idealisation, die hier nicht zu besprechen sind, zu gewissen, den Raum betreffenden Begriffen auf, die teils wie „Punkt“, „Gerade“, „Ebene“, als Hinweis auf ideale Objekte, teils, wie „liegen auf“, „kongruent“, „zwischen“ als Hinweis auf ideale Beziehungen zwischen diesen Objekten zu verstehen sind. Dazu gewinnen wir auf dem angedeuteten Wege eine Fülle von Sätzen über diese Ding- und Beziehungsbegriffe, durch welche dieselben in Abhängigkeit von einander gesetzt werden. Bei einer logischen Untersuchung der erhaltenen Sätze, welche die Geometrie ausmachen, stellt sich jedoch heraus, daß sie alle durch rein logische Schlüsse aus einer ziemlich geringen Anzahl von ihnen, die man als Axiome bezeichnet, hergeleitet werden können. Auf diese im wesentlichen deduktive Weise hat ja bereits Euklid in seinen ewig bewundernswerten *στοιχεῖα* das System der Geometrie aufgebaut und dabei die Grundlagen dieser Wissenschaft mit einer solchen Schärfe und Präzision auseinandergesetzt, daß erst das letztvergangene Jahrhundert über das von ihm Erreichte hinausgeführt hat.

Man kann aber die Lehre von den räumlichen Beziehungen noch nach einer anderen Richtung hin einer logischen Durchprüfung unterziehen. Statt nämlich auf die logische Stellung der einzelnen Sätze zu einander zu achten, kann man untersuchen, ob die mannigfaltigen Begriffe, von denen in den Sätzen der Geometrie die Rede ist, zufolge eben dieser Sätze aufeinander zurückgeführt werden können. Ein Beispiel wird das Gemeinte verdeutlichen. Aus bekannten Tatsachen der ebenen Euklidischen Geometrie ergibt sich die Richtigkeit folgender Behauptung:

Drei Punkte A , B , C liegen dann und nur dann in gerader Linie, falls es zwei voneinander verschiedene Punkte P , Q von der Beschaffenheit gibt, daß P und Q von A gleich weit entfernt sind, ebenso von B , ebenso von C .

Dieser Satz enthält ein notwendiges und hinreichendes Kriterium dafür, daß drei Punkte auf einer geraden Linie liegen, und zwar ein Kriterium, welches sich zur Entscheidung lediglich der zwischen den Punkten bestehenden Beziehungen des Gleich-weit-Entferntseins bedient, und deshalb will ich sagen, daß sich auf Grund der soeben angegebenen geometrischen Tatsache der Begriff: „Drei Punkte liegen auf einer Geraden“ zurückführen läßt auf den anderen: „Zwei Punkte sind von einem Dritten gleich weit entfernt.“ Wollten wir nun jemand, der von diesen beiden Begriffen den letzteren kennt, aber den ersteren nicht, erklären, was damit gemeint sei, wenn wir sagen „drei Punkte liegen auf einer Geraden“, so könnten wir darauf verfallen, ihm das soeben angeführte Kriterium als Definition dieses Ausdrucks zu geben. Sicher ist, daß wir dem Betreffenden damit nicht den eigentlichen Vorstellungsinhalt „gerade Linie“ vermitteln; aber ebenso gewiß ist es, daß wir ihm doch mit unserer Definition ein Mittel an die Hand geben, gegebenen Falls die Entscheidung darüber zu treffen, ob drei Punkte auf einer geraden Linie liegen oder nicht. Der eigentliche Begriff und der stellvertretende, den wir durch unsere Definition einführen, stimmen, wenn nicht dem Inhalt, so doch dem Umfang nach überein. Für die Wahrheit eines Satzes über diesen Begriff ist es jederzeit ohne Belang, ob wir ihn in seinem eigentlichen oder dem durch die Definition eingeführten stellvertretenden Sinne nehmen, und darum kann es dem Mathematiker nicht verwehrt werden, wenn er den einen durch den anderen ersetzt, wenn er, allgemein zu

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter.

Diese Zeitschrift erscheint
monatlich.

Bezugspreise für das Jahr 3 M.
Einzelnummer 40 Pfg.

Bestellungen nimmt der Geschäfts-
leiter entgegen.

Zeitschrift des Arnstädter Verbandes
mathematischer u. naturwissenschaftlicher
Vereine an Deutschen Hochschulen.

Anzeigen
nimmt der Schriftleiter entgegen.

1/2 Seite 20 M., 1/4 12 M.,
1/8 6,50 M., 1/16 3,50 M.

Die Halbzelle 30 Pfg.
Bei Wiederholung Preis-
ermäßigung.

Nummer 12.

Berlin, Dezember 1910.

7. Jahrgang.

Bericht über die Göttinger H. A. Lorentz-Woche.

Werner Planck, Göttingen.

Göttingen, den 24. Oktober 1910.

Heute beginnt die Lorentzwoche! Um 10^h c. t. soll der erste Vortrag steigen, aber schon pünktlich 10^h ist das große Auditorium bis auf den letzten Platz gefüllt; die noch kommen, müssen an den Wänden stehen. Die Erwartungen sind hoch gespannt. Wie wird er aussehen? Wie und was wird er sprechen, der große Held der Physik aus Holland, den uns unsere Professoren bewundern gelehrt haben, von dem die neuen umwälzenden Ideen in letztem Grunde ausgegangen sind. Wohl 200 Zuhörer, ganz vorn die Professoren und Privatdozenten der Mathematik und Physik ohne Ausnahme, dann die Mathematische Gesellschaft, viele auswärtige Gelehrte und die studierende Jugend, die naturgemäß in der Ueberzahl ist, stellen sich solche Fragen.

Da kommt er, von Hilbert begleitet! Doch man hat keine Zeit, ihn zu betrachten, Hilbert spricht schon: Im Namen der kgl. Gesellschaft der Wissenschaften, der Verwalterin der Wolfskehl-Stiftung, heißt er den Gast willkommen. Durch seine Vorträge aus dem Gebiet der theoretischen Physik soll er den Mathematikern zeigen, daß die Physik nicht nur ein Tummelplatz für mathematische Kampfspiele ist, und den Physikern, daß die Mathematik nicht nur das lästige Mittel zum Zweck ist, das möglichst bald bei Seite gelegt werden muß! Und dann betritt H. A. Lorentz das Katheder, ein kleiner Mann mit dünnem grauen Haar und Bart, breiter Stirn, mächtigem Hinterkopf, dichten schwarzen Augenbrauen, durch die Brillengläser blitzen die Augen. Nun spricht er, mit fast französischer Lebhaftigkeit, in tadellosem Deutsch; kaum ein Ton erinnert daran, daß er Ausländer ist. Und was er spricht, es hält auch den jüngsten Fuxen in gespannter Aufmerksamkeit: Heute will er über den mechanischen Lichtäther handeln.

Die älteren Physiker waren gar nicht darüber im Zweifel, daß der Aether eine Materie ist, die sich von der gewöhnlichen Materie nur durch die extremen Werte seiner Konstanten, Dichte und Elastizität, unterschied. Er führte Schwingungen aus, die wir als Licht- oder Wärmestrahlen wahrnehmen. Schwierig war dabei freilich die Erklärung der Transversalität dieser Schwingungen, doch versuchte man durch neue, geeignete Hypothesen über das Wesen des Aethers immer wieder, die mechanische Auffassung des Lichts zu halten, auch noch als man die elektro-magnetische Theorie als gültig angenommen hatte. Besonders interessant ist die Aethertheorie von Mac Cullagh. Er nahm die potentielle Energie des Aethers als abhängig an von den Drehungen der Aetherteilchen, die kinetische von ihrer Geschwindigkeit. Dann konnte er die elektrische Feldstärke mit einer Strömung, die magnetische mit einer Verdrehung der Aetherteilchen aus der Gleichgewichtslage erklären, und kam in Uebereinstimmung mit den Maxwell'schen Gleichungen zu transversalen Schwingungen. Schwierigkeiten machte jetzt die Erklärung statischer Felder. Nach dieser Theorie mußte dorthin, wo Ladung vorhanden war, fortwährend Aether hinströmen.

In neuester Zeit hat Witte bewiesen, daß unter Zugrundelegung der Maxwell'schen Gleichungen ein mechanisches Bild nur möglich ist, wenn der Aether diskontinuierlich verteilt ist. Ferner forderten Experimente von Fizeau die Annahme, daß der Aether von ponderablen Körpern teilweise mitbewegt wird. Der Fresnel'sche Führungskoeffizient hing vom Brechungsindex des Mediums ab.

Eine Stütze der mechanischen Auffassung schien die Elektronentheorie zu bieten. Sie gelangt zu einer Gleichung, die dem Prinzip der kleinsten Wirkung ganz analog war, und die Kraft, die nach ihr auf die Elektronen wirkte, ließ sich erklären als zusammengesetzt aus einer quasi-elastischen und einer von der Geschwindigkeit der Elektronen abhängigen Kraft.

Für ein magnetostatisches Feld hatte sich Maxwell das Bild kleiner rotierender Räder gebildet, die alle in demselben Sinne laufen. Damit dies möglich ist, lagen zwischen ihnen andere Räder mit umgekehrtem Drehungssinn, die Elektrizität. Schon die Kompliziertheit eines solchen Mechanismus ist unerfreulich, und wenn man nun noch die andere Elektrizität